UNIVERSITE ABDELMALEK ESSADI
Ecoles National des Sciences Appliqués
Tétouan

Année universitaire 2010/2011
1ère année CP

TD de Physique 3
(Série 4)

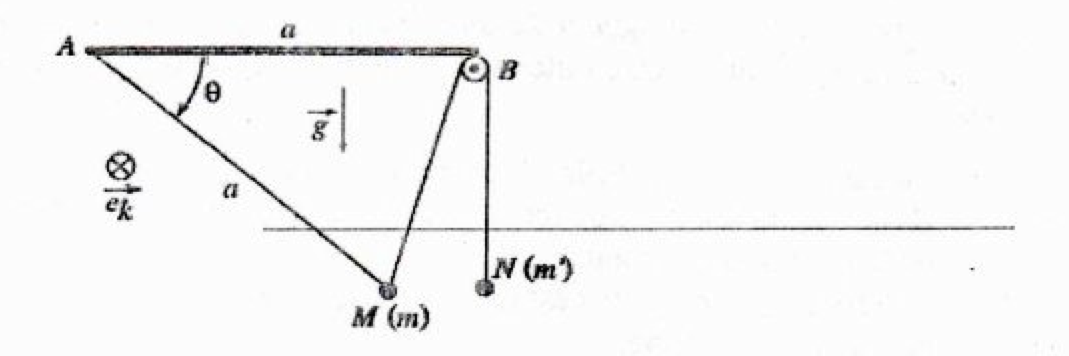
Exercice 1

Une particule de masse m est bondonnée sans vitesse initiale sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. On suppose qu'il y a des frottements entre la particule et le sol (k est le coefficient de frottement).

1- En utilisant le principe fondamental de la dynamique, Exprimer l'accélération de la particule en fonction de α.
2- Quelle condition doit-il vérifier α pour que la particule se mette en mouvement

Exercice 2

Soit un fil inextensible et sans masse, fixé en A à un support horizontal AB (de longueur a), et passant en B sur une poulie parfaite, de très petite dimensions.
En un point M, tel que AM = a, est fixée une masse ponctuelle m et, au bout du fil, est aussi accrochée une masse m'en N.



1) Etablir le bilan des forces qui s'exercent sur le point M
2) Exprimer leurs moments en A; le seul angle devant intervenir dans ces expressions sera : θ = (AB, AM)

Exercice 3

Un projectile M de masse m est lancé dans un plan vertical Oyz avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$ faisant un angle θ avec l'horizontal Oy. On supposera que le référentiel $\Re$ (Oxyz) lié à la terre est galiléen et que l'accélération $\vec{g}$ de la pesanteur est constante. Le projectile est soumis à une force de frottement de la forme : $\vec{F} = -mk\vec{V}$ où k est une constante et $\vec{V}$ la vitesse de M dans $\Re$ ($k \neq 0$).

1) Ecrire l'équation fondamentale de la dynamique et déduire les équations différentielles du mouvement.
2) Déterminer les équations horaires de mouvement.



Exercice 4

Un enfant esquimau joue sur le toit de son igloo. L'enfant se laisse glisser depuis le sommet S de l'igloo qui a la forme d'une demie-sphère de rayon R et de centre O. La position de l'enfant, assimilé à un point matériel M, de masse m, est repérée par l'angle $\theta = (Oz, OM)$, (Oz) étant la verticale ascendante.

1- A partir de quelle position (repérée par l'angle θ_0), l'enfant perd-il le contact avec l'igloo (on néglige les frottements).
2- Quel est le mouvement ultérieur de l'enfant ?. Quelle est sa vitesse quand il retombe su le sol ?
Effectuer l'application numérique (m = 30 Kg ; a = 2 m et g = 9.8 m/s^2).

Exercice 5

Un plateau horizontal P est animé d'un mouvement sinusoidal vertical d'amplitude a et de fréquence f ($z(t) = a \cos(2\pi f\ t)$). Un point matériel M est posé sur le plateau P. Quelle condition doit vérifier la fréquence f pour que M ne quitte jamais P ? . Etablir cette relation de deux façons différentes:

- En utilisant un référentiel galiléen.
- En utilisant un référentiel non galiléen.

Exercice 6

Un cylindre AOB de longueur 2a tourne à la vitesse angulaire w constante autour d'un axe vertical passant par O. Une bille est initialement au repos dans le cylindre à la distance b de O (b < a).

1. En supposant que la bille n'est soumise à aucune force de frottement, trouver la position et la vitesse de la bille à tout instant.
2. Déterminer le temps nécessaire à la bille pour qu'elle sorte du tube.

Devoir Libre

Exercice 7

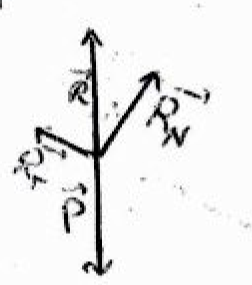
Reprendre l'exercice précédent en supposant cette fois que le cylindre fait un angle α par rapport à l'axe de rotation.

1. En supposant que la bille n'est soumise à aucune force de frottement, trouver la position et la vitesse de la bille à tout instant.
2. Evaluer la réaction du cylindre sur la bille.



Série 4

Exercice 1 :



1. $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

projection :

$\begin{cases} P_x + R_T = ma \\ P_z + R_N = 0 \end{cases}$ avec $\begin{cases} P_x = mg\sin\alpha \\ P_z = -mg\cos\alpha \end{cases}$

$\begin{cases} mg\sin\alpha - R_T = ma \\ -mg\cos\alpha + R_N = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} R_N = mg\cos\alpha \\ a = g\sin\alpha - \dfrac{R_T}{m} \end{cases}$

avec $k = \dfrac{R_T}{R_N}$

$R_T = k.R_N$

$R_T = k.m.g\cos\alpha$

$a = g\sin\alpha - kg\cos\alpha$

$a = g(\sin\alpha - k\cos\alpha)$

2. La condition qui doit être verifiée par α :

$\sin\alpha - k\cos\alpha > 0$

$\sin\alpha > k\cos\alpha$

$k < \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$k < \tan\alpha$

$\alpha > \text{Arctan}\,k$

Exercice 2 :

$\vec{AM} = \|\vec{AM}\| . \vec{e_r}$

$= a . \vec{e_r}$

1/- Bilan des forces :

- Poids : $\vec{P} = -mg\, \vec{e_x}$
- $\vec{T_1}$: Tension du fil AM (M ⟶ A)

  $\vec{T_1} = -T_1\, \vec{e_r}$
- $\vec{T_2}$: Tension du fil MB (M ⟶ B)

  $\vec{T_2} = T_2\, \vec{u}$

le fil étant tendu et la poulie étant parfaite.

le poids de la particule N(m') est transmis en M :

$\Rightarrow \|\vec{T_2}\| = m'g \Rightarrow \vec{T_2} = m'g\, \vec{u}$

2/- $\vec{\mathcal{M}}_A(\vec{T_1}) = \vec{AM} \wedge \vec{T_1} = \vec{0}$

(car $\vec{AM}$ et $\vec{T_1}$ sont colinéaires

$\vec{\mathcal{M}}_A(\vec{P}) = \vec{AM} \wedge \vec{P}$

$= a\vec{e_r} \wedge (-mg)\vec{e_x}$

$\vec{\mathcal{M}}_A(P) = -mga\, \vec{e_r} \wedge \vec{e_x}$

$= mga \|\vec{e_r} \wedge (-\vec{e_x})\| . \vec{e_z}$

$= mga \sin(\frac{\pi}{2} - \theta)\, \vec{e_z}$

$= mga \cos\theta\, \vec{e_z}$

autrement :

$\vec{\mathcal{M}}_A(\vec{P}) = \vec{AM} \wedge \vec{P}$

$\vec{P} = -mg\,\vec{e_x}$

$\vec{AM} = a\vec{e_r} = a(\cos\theta\,\vec{e_y} - \sin\theta\,\vec{e_x})$

$\vec{\mathcal{M}}_A(\vec{P}) = -mg\,\vec{e_x} \wedge (a\cos\theta\,\vec{e_y} - a\sin\theta\,\vec{e_x})$

$= m.a.g\cos\theta\,\vec{e_z}$

$\vec{\mathcal{M}}_A(\vec{T_2}) = \vec{AM} \wedge \vec{T_2}$

$= a\,\vec{e_r} \wedge T_2\,\vec{u}$

On a : $\vec{e_r} = -\sin\theta\,\vec{e_x} + \cos\theta\,\vec{e_y}$

a $\pi - \alpha$

α

a

α β $\vec{u}$

π θ

y

$\alpha = \frac{\pi - \theta}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$

$\beta = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right) = \frac{\theta}{2}$

$\vec{u} = \cos\frac{\theta}{2}\,\vec{e_x} + \sin\frac{\theta}{2}\,\vec{e_y}$

$\vec{\mathcal{M}}_A(\vec{T_2}) = a\,\vec{e_r} \wedge T_2\,\vec{u}$

$= a(-\sin\theta\,\vec{e_x} + \cos\theta\,\vec{e_y}) \wedge T_2(\cos\frac{\theta}{2}\,\vec{e_x} + \sin\frac{\theta}{2}\,\vec{e_y})$

$= (-a\sin\theta \times T_2 \sin\frac{\theta}{2})\vec{e_z} - (a\cos\theta \times T_e \cos\frac{\theta}{2})\vec{e_z}$

$= am'g\,(\sin\theta\sin\frac{\theta}{2} + \cos\theta\cos\frac{\theta}{2})\,\vec{e_z}$

$= -am'g\,(\cos(\theta - \frac{\theta}{2}))\,\vec{e_z}$

$= -am'g\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\,\vec{e_z}$

Autrement :

$\vec{\mathcal{M}}_A(\vec{T_2}) = -am'g\,.\,\vec{e_r} \wedge \vec{u}$

$= -am'g\,\|\vec{e_r} \wedge \vec{u}\|\,.\,(-\vec{e_z})$

$= am'g\sin(\widehat{\vec{e_r},\vec{u}})\,\vec{e_z}$

Exercice 3 :

+ Réf. choisi :

$R_g(O, x, y, z)$

+ Bilan de forces : $\vec{P}, \vec{F}$

On a : $m\vec{\gamma}_{R_g} = \sum \vec{F}_{ext}$

$m\vec{\gamma}_{R_g} = \vec{P} + \vec{F}$

$m\vec{\gamma}_{R_g} = -mg\vec{e_z} - mk\vec{v}$

$= -mg\vec{e_z} - mk(\dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k})$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k\dot{x} \\ -k\dot{y} \\ -g-k\dot{z} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \ddot{x} + k\dot{x} = 0 & (1) \\ \ddot{y} + k\dot{y} = 0 & (2) \\ \ddot{z} + g + k\dot{z} = 0 & (3) \end{cases}$$

$(1) \Leftrightarrow \dot{V}_x + kV_x = 0$

$\frac{dV_x}{dt} = -kV_x$

la solution est de la forme :

$V_x(t) = A e^{-kt}$

à $t=0$ $V_x(0) = A = 0$

$V_x(t) = 0 \Rightarrow x(t) = C$

Or à $t=0$ $x(0) = 0$

$x(t) = 0$

à $t=0$ $\vec{V_0} = V_0 \cos\theta \, \vec{e_y} + V_0 \sin\theta \, \vec{e_z}$

$(2) \Leftrightarrow \ddot{y} + k\dot{y} = 0$ $\dot{y} = V_y$

$\Rightarrow \dot{V}_y + kV_y = 0$

La solution s'écrit sous la forme :

$V_y = \lambda e^{-kt}$

À $t=0$ $V_{y_0} = V_0 \cos\theta \Rightarrow \lambda = V_0 \cos\theta$

$\dot{y} = V_y = V_0 \cos\theta\, e^{-kt} + K$

$y(t) = -\frac{1}{k} V_0 \cos\theta\, e^{-kt} + C$

À $t=0$ $y(0) = 0 \Rightarrow C = \frac{1}{k} \cos\theta\, V_0$

$\Rightarrow y(t) = -\frac{1}{k} V_0 \cos\theta\, e^{-kt} + \frac{1}{k} V_0 \cos\theta$

$y(t) = \frac{1}{k} V_0 \cos\theta \left(1 - e^{-kt}\right)$

(3) $\Leftrightarrow \ddot{z} + k\dot{z} = -g$

ESSM : $\ddot{z} + k\dot{z} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{dV_z}{dt} + k V_z = 0$

$\Rightarrow V_z(t) = a\, e^{-\int k dt} = a\, e^{-kt}$

On a : $\dot{a} = \frac{-g}{e^{-kt}} = -g\, e^{kt}$

$\Rightarrow a = -\int g\, e^{kt} = -g\, e^{kt} \cdot \frac{1}{k}$

$\Rightarrow V_z(t) = \frac{-g}{k} + a\, e^{-kt}$

On a : $V_z(0) = V_0 \sin\theta$

$= a - \frac{g}{k}$

$\Rightarrow a = V_0 \sin\theta + \frac{g}{k}$

$\Rightarrow V_z(t) = -\frac{g}{k} + \left(V_0 \sin\theta + \frac{g}{k}\right) e^{-kt}$

$\Rightarrow z(t) = \frac{-g}{k} t - \left(\frac{V_0 \sin\theta}{k} + \frac{g}{k^2}\right) e^{-kt} + C$

avec $z(0) = 0$

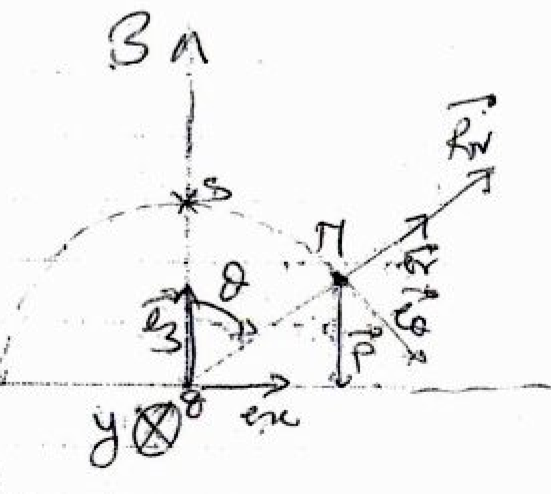
$z(0) = -\left(\frac{V_0 \sin\theta}{k} + \frac{g}{k^2}\right) + C = 0$

$\Rightarrow C = \frac{V_0 \sin\theta}{k} + \frac{g}{k^2}$

$\Rightarrow z(t) = \frac{-g}{k} t - \left(\frac{V_0 \sin\theta}{k} + \frac{g}{k^2}\right) e^{-kt} + \frac{V_0 \sin\theta}{k} + \frac{g}{k^2}$

$= \left(\frac{V_0 \sin\theta}{k} + \frac{g}{k^2}\right)\left(1 - e^{-kt}\right) - \frac{g}{k} t$

EX4 :



$\theta = (\widehat{OZ, OM})$

Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R}$

$\vec{P} = -m.g\,\vec{e_z}$

$\vec{R} = \vec{R_T} + \vec{R_N}$

frottement négligeable $\Rightarrow \vec{R_T} = \vec{0}$

$\vec{R} = \vec{R_N} = R_N . \vec{e_r}$

On a $\vec{e_z} = \cos\theta\,\vec{e_r} - \sin\theta\,\vec{e_\theta}$

$\vec{P} = -mg\cos\theta\,\vec{e_r} + mg\sin\theta\,\vec{e_\theta}$

Dans les coordonnées polaires ; on a :

$\vec{OM} = R\,\vec{e_r}$

$\Rightarrow \vec{V} = \underbrace{\dot{R}\,\vec{e_r}}_{0} + R\dot{\theta}\,\vec{e_\theta} = R\dot{\theta}\,\vec{e_\theta}$

$\Rightarrow \vec{\gamma} = R\ddot{\theta}\,\vec{e_\theta} - R(\dot{\theta})^2\,\vec{e_r}$

PFD $\Leftrightarrow \begin{cases} R_N - mg\cos\theta = -mR(\dot{\theta})^2 \; (Proj/\vec{e_r}) \\ mg\sin\theta = mR\,\ddot{\theta} \; (2) \; (Proj/\vec{e_\theta}) \end{cases}$

On cherche R_N en fonction de θ.

$\Rightarrow$ cherchons $(\dot{\theta})^2$!

(2) $\Leftrightarrow mg\sin\theta = mR\ddot{\theta}$

$\Leftrightarrow mg\sin\theta.\dot{\theta} = m.R\dot{\theta}\,\ddot{\theta}$

$mg\frac{d}{dt}(-\cos\theta) = mR.\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}(\dot{\theta})^2\right)$

$\frac{d}{dt}(-mg\cos\theta) = \frac{d}{dt}\left(\frac{mR(\dot{\theta})^2}{2}\right)$

$-mg\cos\theta = mR(\dot{\theta})^2 + cste$

à $t=0$, $\theta = 0$, $-mg = cste$

$-mg\cos\theta = m\frac{R}{2}(\dot{\theta})^2 - mg$



$2mg(1-\cos\theta) = mR(\dot{\theta})^2$

On remplace sur l'expression de R_N

$R_N = mg\cos\theta - 2mg(1-\cos\theta) = 3mg\cos\theta - 2mg$

Lorsque M quitte l'igloo $R_N = 0$

donc $3\cos\theta - 2 = 0$

$$\cos\theta = \frac{2}{3} \Rightarrow \theta = \theta_0 = 48°$$

PFD

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{\gamma}$$

$\vec{P} = m\vec{\gamma}$ et $\vec{P} = -mg\vec{e_z}$

système cartésien : $\vec{\gamma} = \gamma_x \vec{e_x} + \gamma_y \vec{e_y} + \gamma_z \vec{e_z}$

$$PFD \Rightarrow \begin{cases} \gamma_x = 0 \\ \gamma_y = 0 \\ \gamma_z = -g \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_x = C_1 = V_{x_0} \\ V_y = C_2 = V_{y_0} \\ V_z = -gt + C_3 = -gt + V_{0z} \end{cases}$$

l'instant initial est où l'enfant quitte l'igloo.

$$\vec{OM_0} = \underbrace{R\sin\theta}_{x_0}\vec{e_x} + \underbrace{R\cos\theta}_{z_0}\vec{e_z}$$

$\vec{V_0} = R\dot{\theta}_0 \vec{e_\theta}$

$\vec{e_\theta} = -\sin\theta\vec{e_z} + \cos\theta\vec{e_x}$

$\dot{\theta}_0 = ?$

d'après (1) :

$$mR(\dot{\theta})^2 = 2mg(1-\cos\theta)$$

$$\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2g}{R}(1-\cos\theta)}$$

$$\Rightarrow \dot{\theta}_0 = \dot{\theta}(\theta = \theta_0) = \sqrt{\frac{2g}{3R}}$$

$$\vec{V}_0 = \sqrt{\frac{2gR}{3}}\left(\cos\theta_0\,\vec{e_x} - \sin\theta_0\,\vec{e_z}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_{0x} = \sqrt{\frac{2gR}{3}}\cos\theta_0 \\ V_{0y} = 0 \\ V_{0z} = -\sqrt{\frac{2gR}{3}}\,.\sin\theta_0 \end{cases}$$

$\Rightarrow x(t) = V_{0x}t + x_0$

$y(t) = 0$

$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{0z}t + z_0$

$\Rightarrow z = f(x^2) \Rightarrow$ le mvt est parabolique

$z(t) = 0$

$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}gt^2 + V_{0z}t + z_0 + z_0 = 0$

$\Delta = V_{0z}^2 - 4\times\frac{-1}{2}gz_0$

$= V_{0z}^2 + 2gz_0$

$t = \dfrac{V_{0z} \pm \sqrt{V_{0z}^2 + 2gz_0}}{g}$

On prend : $t_f = \dfrac{V_{0z} + \sqrt{V_{0z}^2 + 2gz_0}}{g}$

on remplace ds : $\begin{cases} V_x = V_{x_0} \\ V_z = -gt_f + V_{0z} \end{cases}$

$z_0 = 1,33\,m$

$V_{0z} = -2,69\,m/s$

$V_{0x} = 2,41\,m/s$

$\Rightarrow t_f = 0,315\,s$

$\Rightarrow \vec{V} = 2,41\,\vec{e_z} - 5,77\,\vec{e_z}$

$\|\vec{V}\| = \sqrt{39,14} = 6,25\,m/s$

Ex5 :

$z(t) = a\cos\omega t$: c'est l'éq. horaire du mvt de tout pt du plateau P.



* réf. galiléen : Réf. lié au sol

Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R}$

$\vec{P} = -mg\,\vec{e_z}$

$\vec{R} = R_N\,\vec{e_z}$

PFD : $\vec{P} + \vec{R_N} = m\vec{\gamma}_{Rg}(M)$

$\vec{z}(t) = a\cos(2\pi f t)\,\vec{e_z}$

$\vec{v} = \frac{dz}{dt} = -a\,2\pi f\sin(2\pi f t)\,\vec{e_z}$

$\vec{\gamma}(M) = -a\,4\pi^2 f^2\cos(2\pi f t)\,\vec{e_z}$

$\Rightarrow -mg\,\vec{e_z} + R_N\,\vec{e_z} = -m z\,\omega^2\,\vec{e_z}$

$\Rightarrow R_N - mg = -z m\omega^2$

$\Rightarrow R_N = m(g - z\omega^2)$

Pour que M ne quitte pas P on doit avoir $R_N > 0$

$m(g - z\omega^2) > 0$

$\Rightarrow g - z\omega^2 > 0$

$z\omega^2 < g$

$\omega^2 < \frac{g}{z}$ la valeur maximale de z

On $z_{max} = a$

$\omega^2 < \frac{g}{a} \Rightarrow f < \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{a}}$

* Réf. non galiléen : lié au plateau

P.F.D /R' :

$m\,\vec{\gamma}_{R'}(M) = \vec{P} + \vec{R_N} + \vec{f_{ie}} + \vec{f_{ic}}$

* $\vec{\gamma}_{R'}(M)$,

$\vec{V}_{R'}(M) = 0 \Rightarrow \vec{\gamma}_{R'}(M) = 0$

$\vec{f_{ic}} = 0$

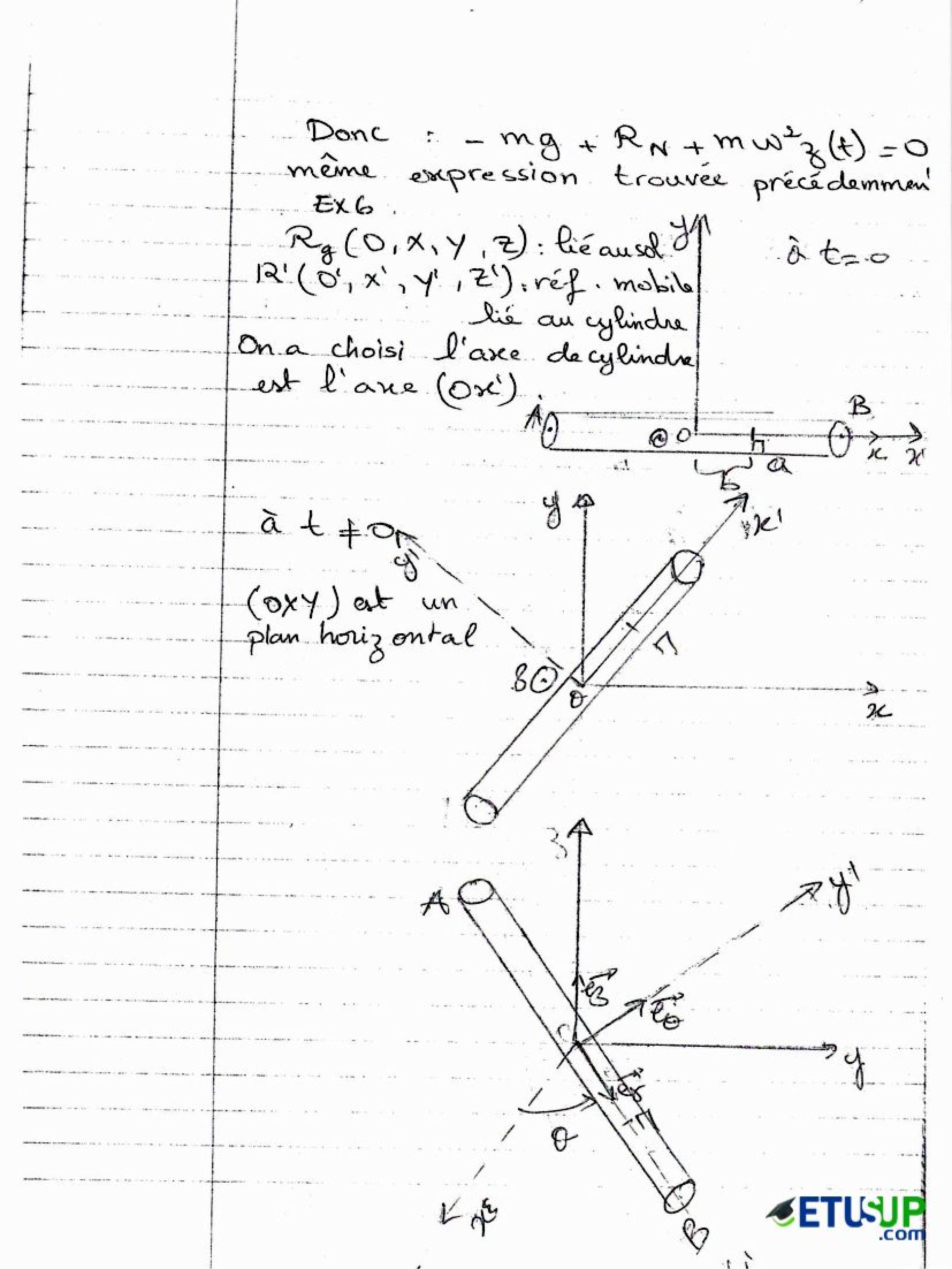
$\vec{f_{ie}} = -m\vec{\gamma}_e(M) = -m\vec{\gamma}_a(O')$ ($\omega_{R'/R} = 0$ pas de rot du plateau)

$= -m\ddot{z}\,\vec{e_z}$

(car O' est liée au plateau).

$\vec{P} + \vec{R_N} - m\ddot{z}\,\vec{e_z} = 0$

$-mg\,\vec{e_z} + R_N\,\vec{e_z} - m\ddot{z}\,\vec{e_z} = 0$



Donc : $-mg + R_N + m\omega^2 z(t) = 0$

même expression trouvée précédemment

Ex6.

$R_g(O, x, y, z)$: lié au sol

$R'(O', x', y', z')$: réf. mobile lié au cylindre

On a choisi l'axe de cylindre est l'axe (Ox')

à $t = 0$

à $t \neq 0$

(OXY) est un plan horizontal

+ Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{R}$

$\vec{P} = -mg\,\vec{e_z}$

$\vec{R} = \vec{R_T} + \vec{R_N} = \vec{R_N}$ $\quad (\vec{R_T} = \vec{0})$

Puisque $\vec{R_N} \perp$ cylindre

$\Rightarrow \vec{R_N} \perp Ox'$

En général : $\vec{R_N} = R_{N_{x'}}\,\vec{e_r} + R_{N_{y'}}\,\vec{e_\theta} + R_{N_{z'}}\,\vec{e_z}$

dans notre cas : $R_{N_{x'}} = 0$

$\vec{R_N} = R_{N_{y'}}\,\vec{e_\theta} + R_{N_z}\,\vec{e_z}$

PFD / R' :

$m\vec{\gamma}_{R'}(M) = \vec{P} + \vec{R_N} + \vec{f}_{ie} + \vec{f}_{ic}$

$\vec{f}_{ie} = -m\vec{\gamma}_e$

$\vec{f}_{ic} = -m\vec{\gamma}_c$

* $\vec{OM} = r\vec{e_r} \rightarrow \vec{V_r} = \dot{r}\,\vec{e_r}$

$\vec{\gamma}_{R'} = \ddot{r}\,\vec{e_r}$ $\quad$ ($\vec{e_r}$ est fixe / R')

$\vec{\gamma}_e = \vec{\gamma}_R(O') + \frac{d\vec{\Omega}_{R'/R}}{dt} \wedge \vec{OM} + \vec{\Omega}_{R'/R} \wedge (\vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{O'M})$

$\vec{\gamma}_R(O') = \vec{0}$ $\quad (O \equiv O')$

$\vec{\Omega}_{R'/R} = \omega\,\vec{e_z}$ $\quad$ puisque $\omega = cste \Rightarrow \frac{d\vec{\Omega}_{R'/R}}{dt} = \vec{0}$

$\vec{\gamma}_e = \vec{\Omega}_{R'/R} \wedge (\vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{O'M})$

$= \omega\,\vec{e_z} \wedge (\omega\,\vec{e_z} \wedge r\vec{e_r})$

$\vec{\gamma}_e = -r\omega^2\,\vec{e_r}$

$\vec{f}_{ie} = mr\omega^2\,\vec{e_r}$

$\vec{\gamma}_c = 2\,\vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{V_r} = 2\omega\,\vec{e_z} \wedge \dot{r}\,\vec{e_r}$

$\vec{\gamma}_c = 2\dot{r}\omega\,\vec{e_\theta} \Rightarrow \vec{f}_{ic} = -2m\dot{r}\omega\,\vec{e_\theta}$

$m\ddot{r}\,\vec{e_r} = -m.g\,\vec{e_z} + R_{N_{y'}}\,\vec{e_\theta} + R_{N_z}\,\vec{e_z} + mr\omega^2\,\vec{e_r} - 2m\dot{r}\omega\,\vec{e_\theta}$

$$\begin{cases} m\ddot{r} = m.r.\omega^2 & (1) \\ R_{N_{y'}} = 2m\dot{r}\omega & (2) \\ R_{N_z} = m.g & (3) \end{cases}$$

(1) $\Leftrightarrow \ddot{r} - r\omega^2 = 0$

La solution est de type : $r = A.e^{-\omega t} + B$

à $t=0 \Rightarrow r(0) = b$ et $\dot{r}(0) = 0$

On a : $\dot{r} = -A\omega.e^{-\omega t} + B\omega e^{\omega t}$

$$\Rightarrow \begin{cases} A + B = b \\ -A + B = 0 \end{cases} \Rightarrow A = B = \frac{b}{2}$$

$$r(t) = \frac{b}{2} e^{-\omega t} + \frac{b}{2} e^{\omega t}$$

$$r(t) = b\, ch(\omega t)$$

2) l'instant où la particule sort du tube c'est quand : $r = a$

$\Rightarrow t = argch\left(\frac{b}{a}\right) \cdot \frac{1}{\omega}$




ETUSUP.com